



FÓRMULA INTEGRAL DE CAUCHY, PRINCÍPIO DO MÓDULO MÁXIMO E TEOREMA DE MORERA

Luan Silva Nogueira¹
João Francisco Da Silva Filho²

RESUMO

Este trabalho aborda a Fórmula integral de Cauchy e sua aplicação na demonstração de dois importantes resultados, conhecidos na literatura por Princípio do módulo máximo (ou Teorema do módulo máximo) e Teorema de Morera, que trazem informações sobre as funções complexas holomorfas. Esta fórmula integral corresponde a uma interessante identidade, cujo nome é dado em homenagem ao notável matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857). Destacamos que uma função complexa em uma variável complexa definida em um subconjunto aberto do plano complexo é chamada holomorfa se possui derivada complexa em todos os pontos do seu domínio. Vale ressaltar o caráter conforme das funções complexas holomorfas, que preservam ângulos nos pontos do domínio nos quais a função é diferente de zero. Além disso, é oportuno destacar a relação existente entre as funções complexas holomorfas e as funções reais harmônicas, bem como sua conexão com as superfícies mínimas e com os campos vetoriais conformes, obtidas através da representação de Weierstrass e da identificação entre o plano complexo e o plano Euclidiano, respectivamente. Nesse contexto, realizamos uma revisão bibliográfica com base em livros, artigos e o apoio do orientador, através de reuniões semanais, com o intuito de estudar a Fórmula integral de Cauchy e aplicá-la na demonstração do Princípio do módulo máximo e o Teorema de Morera. Esta pesquisa nos permitiu compreender a essência da Fórmula integral de Cauchy e que através dela é possível determinar o valor de uma função holomorfa em um ponto de seu domínio, conhecendo apenas seu comportamento na fronteira de um disco centrado nesse ponto e inteiramente contido em seu domínio. Também verificamos uma consequência surpreendente dessa fórmula integral, a qual garante que toda função holomorfa definida em um domínio do plano complexo admite derivadas de todas as ordens, sendo que para todas as ordens, a derivada pode ser expressa por meio de uma fórmula integral, denominada Fórmula integral de Cauchy para derivadas. No contexto das aplicações, pudemos ainda usar a Fórmula integral de Cauchy para demonstrar o Princípio do módulo máximo e o Teorema de Morera, reforçando a importância dessa fórmula integral e a riqueza das suas aplicações. Para concluir, agradeço à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Funcap) pelo financiamento da pesquisa intitulada Fórmula integral de Cauchy e Aplicações, executada entre 01 de setembro de 2024 e 31 de agosto de 2025, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e Tecnológica (Pibiti), da Unilab.

REFERÊNCIAS

LINS NETO, A. Funções de uma Variável Complexa. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.
SOARES, M. G. Cálculo em uma Variável Complexa. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.

Palavras-chave: Funções complexas; Funções holomorfas; Fórmula Integral de Cauchy.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Discente, luannogueira01234@gmail.com¹
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Docente, joaofilho@unilab.edu.br²