



UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE AS INTEGRAIS DE RIEMANN E LEBESGUE

Antonio Eder Campos Luz¹
Amanda Angélica Feltrin Nunes²

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo analisar, de forma crítica, a integral de Riemann e a integral de Lebesgue, destacando suas diferenças, limitações e contribuições. A integral de Riemann foi inicialmente revisada a partir de sua definição, propriedades e aplicações, evidenciando-se sua relevância para a introdução ao conceito de integração e para a resolução de diversos problemas do cálculo. Entretanto, constatou-se que sua aplicabilidade encontra algumas restrições, como a impossibilidade de integrar funções que possuem uma infinidade de descontinuidades em seu domínio e a dificuldade em lidar com operações de passagem ao limite sob o sinal de integração, o que compromete seu uso em situações mais gerais. A metodologia do trabalho consistiu em um estudo teórico por referência bibliográfica padrão para o estudo de integral de Riemann e para a integral de Lebesgue, optou-se pela apresentação segundo a construção de F. Riesz, por sua clareza e acessibilidade em nível de graduação. Os resultados evidenciaram que a integral de Lebesgue surge como uma resposta às deficiências da integral de Riemann, ampliando o conjunto de funções integráveis, como exemplo a função de Dirichlet, que no decorrer da pesquisa foi provado que não é integrável à Riemann, pois suas integrais inferior e superior são diferentes, mas é integrável à Lebesgue já que o conjunto de descontinuidade tem medida nula. Observou-se que, ao contrário da integral de Riemann, a formulação de Lebesgue permite tratar com naturalidade funções descontínuas em grande parte de seus domínios e garante segurança matemática na manipulação de limites. Como, por exemplo, garantir, sob determinadas condições a passagem do limite sob o sinal da integral, conforme estabelece o Teorema da Convergência Dominada. A comparação entre ambas mostrou que a integral de Lebesgue é uma generalização da integral de Riemann, sendo mais abrangente em contextos matemáticos mais avançados como por exemplo, em Análise Funcional e Teoria da Medida. Conclui-se que o contato com essas duas integrais, a de Riemann que foi estudada durante a graduação e foi aprimorada durante o período da pesquisa, e, em especial com a de Lebesgue, permitiu expandir o conceito de integral e compreender a importância de sua formulação moderna, contribuindo para a preparação do estudante para desafios acadêmicos futuros. Agradeço à Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab) pelo financiamento da pesquisa intitulada: Introdução à integral de Lebesgue, executada entre outubro de 2024 e setembro de 2025, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e Tecnológica (Pibiti).

Palavras-chave: integral de Riemann; Integral de Lebesgue; convergência; funções integráveis.

Universidade da Integração da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Discente, ederluz@aluno.unilab.edu.br¹

Universidade da Integração da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Docente, amandaafn@unilab.edu.br²