



OS NÚMEROS DE LIOUVILLE: IRRACIONALIDADE E TRANSCENDÊNCIA

Shelrida Da Silva Soares¹
Joserlan Perote Da Silva²

RESUMO

Este trabalho visa apresentar os números de Liouville, assim como a demonstração de sua irracionalidade e de sua transcendência, algumas de suas propriedades e exemplos. Diz-se que um número real é racional se for possível expressá-lo como a fração de dois números inteiros, caso contrário, diz-se que ele é irracional. Além disso, o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais também pode ser dividido em dois outros conjuntos disjuntos: o dos números algébricos e o dos números transcendentais. Um número é dito algébrico se for solução de alguma equação polinomial com coeficientes inteiros, caso contrário, será chamado de transcendente. Todo número transcendente é também irracional, a recíproca, no entanto, não é verdadeira. A Teoria dos Números Transcendentes surgiu em 1844, a partir do estudo do matemático francês Joseph Liouville (1809-1882). O matemático construiu a classe dos chamados números de Liouville e mostrou que se tratam de números transcendentais. Após isso, outros matemáticos estudaram a transcendência de outros números, como o número de Euler (e) e o número Pi (π). Os resultados deste trabalho foram obtidos através de uma pesquisa bibliográfica, cujas principais referências foram as obras “Números Irracionais e Transcendentes”, de Figueiredo (2011), e “Introdução aos números transcendentais e aos números de Liouville”, de Vieira *et al.* (2019). Um número real l é chamado um número de Liouville se existir uma sequência de racionais distintos, em que o numerador e o denominador de cada termo da sequência sejam inteiros primos entre si, tal que a diferença entre l e o j -ésimo termo da sequência, em módulo, seja menor que o inverso do denominador desse termo, elevado a j . Os números de Liouville apresentam algumas propriedades interessantes, por exemplo: a soma de um número racional com um número de Liouville ainda é um número de Liouville; dado um número real qualquer, sempre é possível escrevê-lo como a soma de dois números de Liouville; e o conjunto dos números de Liouville é não enumerável. O primeiro exemplo de número transcendente da história da matemática é o número de Liouville dado pela série numérica $\sum_{k=1}^{\infty} 10^{-k!}$, este número é chamado de Constante de Liouville. O presente estudo aborda um tema relevante para a Teoria dos Números Transcendentes, uma área relativamente nova, se comparada a outras áreas da matemática, que ainda há muito a ser explorada, incluindo diversos problemas em aberto.

Palavras-chave: números de Liouville; números irracionais; números transcendentais; Teoria dos Números.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Discente, shelridasoares537@gmail.com¹

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Docente, joserlanperote@unilab.edu.br²