SOBRE OS PONTOS NO INFINITO DE CURVAS ALGÉBRICAS PLANAS

Sharmenya Jany Andrade Correia de Sousa [1], Rodrigo Mendes Pereira [2]

RESUMO

Neste trabalho, o qual é um dos tópicos do nosso Trabalho de Conclusão de Curso, buscamos apresentar para a comunidade acadêmica uma introdução ao estudo dos pontos no infinito de curvas algébricas planas. Seguindo o roteiro de um curso de Geometria Analítica básica, consideraremos primeiramente retas e cônicas (projetivas). Tais objetos são definidos a partir de sua descrição no espaço afim, que é dada pela equação da forma $Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0$ onde A,B,C,D,E,F são constantes reais. Retas e cônicas no espaço afim configuram um caso particular da definição geral:

Definição: Uma curva algébrica plana consiste no lugar geométrico dos pontos do plano que satisfazem uma dada equação polinomial.

Para o estudo do comportamento no infinito de tais curvas, mergulhamo-las no chamado plano projetivo, o qual consiste no conjunto de todas as retas de R^3 passando pela origem, módulo mesma direção. Isto define uma relação de equivalência no espaço euclidiano tridimensional. Precisamente, o plano projetivo é dado pelo conjunto quociente formado por todas as classes de equivalência da relação descrita acima. O plano projetivo permite entender o comportamento das curvas no infinito mediante a compreensão da união de um espaço afim com a sua aderência. Significa que sua "fronteira" será a responsável por possibilitar a compreensão desses pontos. São observados alguns resultados decorrentes dessa análise como: Duas retas projetivas tem o mesmo ponto no infinito, isto é, se intersectam; das cônicas (elipse,hipérbole e parábola) apenas a hipérbole e a parábola têm pontos no infinito no plano projetivo real, isto é, a elipse se aproxima do infinito de modo complexo. Um ponto interessante é que a hipérbole se conecta no infinito. Além disso, temos que duas curvas projetivas complexas sempre se intersectam (fato não válido para curvas projetivas reais).

Palavras-chave:

Plano Projetivo. Curvas Projetivas. Pontos no Infinito.

[1] UNILAB, ICEN, Discente, e-mail: sharmenya.andrade@gmail.com
[2] UNILAB, ICEN, Docente, e-mail: rodrigomendes@unilab.edu.br