USO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS LINEARES DE 1ª ORDEM NA MODELAGEM MATEMÁTICA DA POLUIÇÃO DE CORPOS HÍDRICOS

Gabriel Yves de Melo Raulino [1], Silvia Helena Lima dos Santos [2]

RESUMO

A crescente demanda populacional e, consequentemente industrial, tem contribuído para uma maior importância na gerência dos recursos hídricos. No que diz respeito à saúde dos corpos hídricos, a Resolução CONAMA 357/2005 estabelece as condições e padrões de lançamento de efluentes. Nessa perspectiva o presente trabalho é fruto das pesquisas desenvolvidas através do projeto de Iniciação Cientifica – PIBIC/UNILAB, que teve como objetivo o estudo e desenvolvimento de modelos matemáticos que determinassem indicativos de qualidade de água, como a DBO e OD, utilizando Equações Diferenciais Ordinárias Lineares (EDO's) de 1ª Ordem como ferramenta de análise desses parâmetros. A partir dos estudos de transporte de massa e das EDO's foi possível compreender os conceitos relacionados aos danos causados pelas cargas poluidoras ao ambiente aquático por meio de gráficos DBOxDistância e ODxDistância considerando diferentes cenários. No ambiente FORTRAN foram elaboradas rotinas para lançamento pontual de efluentes considerando diferentes valores de DBO de carga poluidora para vazão do rio constante. Também foi analisada a autodepuração do rio considerando variação sazonal de vazão. Os dados obtidos foram satisfatórios na representação da capacidade de assimilação do corpo hídrico em função da distância.

Palavras-chave:

EDO's. modelagem matemática. poluição hídrica.

[1] Unilab - Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, IEDS - Instituto de Engenharias e Desenvolvimento Sustentável, Discente, e-mail: gabrielyves@hotmail.com
[2] Unilab - Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, IEDS - Instituto de Engenharias e Desenvolvimento Sustentável, Docente, e-mail: silvia.santos@unilab.edu.br

INTRODUÇÃO

A qualidade da água de uma determinada bacia hidrográfica é resultante de diversos fatores, sendo eles naturais ou provenientes de ações antropogênicas (SPERLING, 1996). A qualidade de um corpo hídrico depende das condições locais onde está inserido, estando em direto contato com o solo, seja por escoamento superficial ou por infiltração no solo. Assim um rio trás consigo sedimentos provenientes do contato com as rochas, bem como outros elementos que são incorporados a partir de precipitações. A condição de fauna e flora também é um importante fator para análise qualitativa de um rio.

Um fator crucial é a influência humana, no que diz respeito ao lançamento de efluentes em leitos. Este é um problema mundial, principalmente nas áreas urbanizadas, onde há uma maior demanda por água potável e os lançamentos de poluentes são mais frequentes e concentrados (NAHON, 2006). A falta de controle no lançamento de efluentes compromete a biota aquática, bem como acarreta na contaminação da população que utiliza daquela água. Com o aumento populacional e o surgimento de doenças de origem hídrica surgiram as estações de tratamento de efluentes (ETEs) e as estações de tratamento de água (ETAs) (CHAPRA, 1997). Estas estações foram criadas no sentido de adequar os esgotos, que forma que não houvesse um lançamento bruto de efluentes, para que este propiciasse um nível aceitável de qualidade do corpo receptor.

Para determinação dos parâmetros exigidos pela legislação é necessário o uso de modelos matemáticos que simulem as condições de um sistema real. De acordo com Sales (2014) os modelos matemáticos são capazes de englobar diferentes processos físicos, químicos e biológicos envolvidos no sistema de forma prática. Neste caso, modelar um sistema de transporte de massa é fundamental para a compreensão do processo de autodepuração de um corpo hídrico. O modelo clássico de Streeter-Phelps é amplamente utilizado para determinação de parâmetros qualitativos, como a Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) e o a concentração de Oxigênio Dissolvido (OD) na água, os quais são normatizados pela Resolução CONAMA 357/2005 e objeto de estudo deste trabalho.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma metodologia formulada a partir das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) de 1ª Ordem para estudar a poluição de rios e reservatórios com a determinação dos parâmetros de BDO e OD considerando diferentes cenários. Para isso deverão ser incorporadas hipóteses simplificadoras ao modelo clássico de Streeter-Phelps. Com o estudo espera-se encontrar subsídios para um melhor entendimento da capacidade de autodepuração de rios com o auxílio dessa metodologia, bem como mostrar a aplicação de EDOs em problemas relacionados a transporte de massa e de decaimento.

METODOLOGIA

A partir do modelo clássico de Streeter-Phelps será proposta a metodologia para determinação da concentração de Oxigênio Dissolvido e a Demanda Bioquímica de Oxigênio de um rio, considerando pequena escala e lançamento pontual. O modelo clássico foi desenvolvido a partir da equação da difusão advectiva que é uma equação parcial mais complexa, tornando-a uma equação mais simples de ser resolvida. As hipóteses são: sistema estacionário, considerando que não existe variação de concentração das variáveis em relação ao tempo; e sistema bem misturado nas seções do rio, dado que a difusão ocorre instantaneamente, eliminando o termo dentro dos parênteses. Assim a equação se reduz para:

Com esta nova estrutura as resoluções de EDO’s são possíveis. Serão desenvolvidas uma equação para cada parâmetro e qualidade de águas (OD e DBO) utilizando a resolução que for cabível.

Após a aplicação dos métodos de resolução de EDO’s e o modelo estiver pronto será analisada a capacidade de autodepuração de rios para diferentes cargas poluidoras (DBO da demanda orgânica), variando parâmetros do rio como vazão e DBO inicial. A análise será feita por um código de rotina utilizando o programa FORTRAN que irá fornecer como dados de saída os valores de concentração em função da distância do ponto de lançamento. Os dados de saída serão importados no Excel para geração de gráficos e comparados com a literatura para avaliar a eficácia do método.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS SEGUNDO O MODELO DE *STREETER-PHELPS*

Equação da concentração de DBO pelo modelo de *Streeter-Phelps*

Para a DBO a equação será representada como:

Onde:
U é a velocidade média na seção (L/T);
L é a concentração de DBO no rio (M/L^3);
Kd é a constante de desoxigenação (T^{-1}).
Esta equação diferencial é facilmente resolvida por se tratar de uma EDO do tipo separável. Isolando os termos da concentração no membro esquerdo da equação e resolvemos as integrações em ambos os lados:

A equação foi obtida utilizando a condição de contorno em que no ponto x = 0 a concentração de DBO inicial é C0. A partir da resolução é possível prever que a DBO de um corpo hídrico decresce exponencialmente em função da distância percorrida a partir da concentração inicial, no ponto delimitado como inicial.

Equação do Déficit de OD pelo modelo de *Streeter-Phelps*

Para o déficit de OD temos que a equação de *Streeter-Phelps* se dá como:

Onde:
D é o déficit de OD do rio [M/L^3];
L é a concentração de DBO no rio [M/L^3];
Cs é a concentração de saturação de oxigênio do corpo hídrico [M/L^3];
C é a concentração de oxigênio em um determinado ponto do rio [M/L^3];
Kd é o coeficiente de desoxigenação ou de decomposição de DBO do rio [T-1];
K2 é o coeficiente de reaeração [T-1].
Para resolver esta EDO foi recorrido ao método do fator integrante. A resposta para o Déficit de OD é dada abaixo:

A partir desta resolução podemos conhecer o Déficit de OD de um rio ao longo de qualquer trecho.

Equação da concentração de OD pelo modelo de *Streeter-Phelps*

Tomando como base a solução acima, e considerando que D = Cs – C, e fazendo $D_0 = Cs - C_0$

A partir desta resolução podemos conhecer a concentração de OD de um rio ao longo de qualquer trecho.

ANÁLISE DOS GRÁFICOS GERADOS NO EXCEL A PARTIR DOS VALORES DE SAÍDA DADOS PELO PROGRAMA FORTRAN

1ª Simulação – vazão do rio constante (6 m^3/s), concentração de DBO do efluente em 200 mg/L

Os dois gráficos a seguir representam a concentração de DBO e de OD ao longo de 100 km de comprimento de um rio, operando a uma vazão de 6 m^3/s. A DBO do efluente no teste em questão foi ajustada para 200

mg/L.

Gráfico 1 – Concentração de DBO pela distância percorrida do rio. Vazão 6 m³/s, DBO 200 mg/L



Fonte: Autores

O Gráfico 1 mostra que a DBO decresce rapidamente ao longo das seções do rio, indicando o efeito do processo de decaimento, como esperado por equacionamento. Seus valores variam de 16,183 mg/L no ponto de lançamento até 1,038 mg/L quando percorridos os 100 km de leituras.

Gráfico 2 – Concentração de OD pela distância percorrida do rio. Vazão 6 m³/s, DBO 200 mg/L



Fonte: Autores

O Gráfico 2 mostra o comportamento da concentração de OD ao longo do rio, com os mesmos parâmetros do gráfico anterior. Podemos ver que nos quilômetros iniciais há um decréscimo, atingindo seu nível mínimo próximo a 20 km de distância, seguido de acréscimos, constatando uma recuperação do corpo hídrico. Fazendo um comparativo entre os dois gráficos, os resultados obtidos são coerentes tendo em vista que a reestabilização do oxigênio na água foi acompanhado de uma redução da demanda bioquímica de oxigênio, por parte das bactérias aeróbias presentes do efluente.

2ª Simulação – concentração de DBO do efluente em 300 mg/L constante, variação da vazão do rio de 6 m³/s e 14 m³/s

Os gráficos a seguir representam a alteração na forma como o rio se recupera do lançamento pontual de efluente a uma concentração de DBO de 300 mg/L quando a vazão do rio está mais baixa e mais alta.
Gráfico 3 – Comparativo da concentração de DBO pela distância percorrida para vazões diferentes do rio, DBO 300 mg/L



Fonte: Autores

O Gráfico 3 apresenta a concentração de DBO ao longo do curso do rio para diferentes vazões. As curvas mostram que para o rio com vazão de 14 m³/s a demanda bioquímica de oxigênio é mais reduzida em comparação com o rio a uma vazão de 6 m³/s. Porém ao final da medição a curva de menor vazão registrou um nível inferior de DBO em comparação a curva vermelha, de vazão mais acentuada.
Gráfico 4 – Comparativo da concentração de OD pela distância percorrida para diferentes vazões do rio, DBO 300 mg/L



Fonte: Autores

As curvas de OD apresentadas no Gráfico 4 mostram grandes diferenças no decréscimo do nível de concentração para vazões distintas. As curvas revelam que o rio sofre grandes variações de concentração de oxigênio dissolvido na água quando a vazão é baixa. Já para vazões mais elevadas o rio sofre redução mais suavizada. Enquanto a curva de 6 m³/s tem seu pico negativo próximo à 20 km, com valores de concentração de DBO mais reduzidos, a curva de 14 m³/s tem pico negativo próximo a distância de 40 km, com valores de concentração mais satisfatórios para a manutenção da vida marinha.

CONCLUSÕES

As aplicações de modelagem matemática utilizando Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª Ordem no gerenciamento de recursos hídricos mostraram que, para as análises de autodepuração de rios, as equações, considerando os indicativos DBO e OD, foram satisfatórias apresentando comportamentos

esperados se comparados com a literatura. O projeto de pesquisa, promovido pelo PIBIC/UNILAB, conseguiu trazer ferramentas estudadas em sala de aula de cursos de engenharias para aplicação em um problema importante. Assim a continuidade da iniciação à pesquisa científica é de extremamente relevante para o estudo e a elaboração de novas tecnologias.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as oportunidades que tem me dado. À minha família que nunca deixou de me apoiar e vibra sempre em a cada conquista. Agradeço também à minha orientadora Silvia Helena, pela dedicação e apoio ao longo da pesquisa, e por se mostrar sempre disponível para me auxiliar. Ao meu grande amor e companheira, Natalia Maria, que enfrentou comigo todos os percalços e sempre me motivou a seguir em frente para alcançar os meus objetivos. E agradeço à UNILAB, por ter me concedido o acesso ao ensino superior, e todas as oportunidades que me fizeram crescer profissionalmente e como pessoa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Conselho Nacional do Meio Ambiente. Resolução nº 357, de 17 de março de 2005. Brasília, 2005

CHAPRA, S. C. Surface Water-Quality Modeling. New York: McGraw-Hill, 1997, 844p

NAHON, I. M. Sistema de apoio à análise de outorga de lançamento de efluentes para a variável Demanda Bioquímica de Oxigênio: Estudo de caso da bacia do Alto Iguaçu. 2006. 175f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

SALES, R. J. de M. Aplicação da Lógica Fuzzy no modelo de Streeter-Phelps para analisar o risco de contaminação das águas de rios, considerando múltiplos processos e múltiplos lançamentos. 2014. 116f. Tese (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Ambiental) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

VON SPERLING, M. Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos. 2 ed. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental – Universidade Federal de Minas Gerais, 1996. 234p