EQUIVALÊNCIA QUASE ISOMÉTRICA DE CONTATO SOBRE PARES DE FUNÇÕES HOMOGÊNEAS.

Dino Sambu[1]
Rodrigo Mendes Pereira[2]

RESUMO

No cálculo usamos o famoso teorema do confronto (o teorema do sanduíche) quando desejamos calcular limites de algumas funções complicadas via superposição de gráficos de funções mais simples. Observe que através desse procedimento o gráfico capturado pela superposição acaba por refletir o mesmo comportamento desses pares de gráficos na vizinhança de pontos de interesse do seu domínio. Podemos dizer que quanto mais próximo do ponto de interesse, maior é a similaridade dos comportamentos assintóticos desses três gráficos (a nível local). Nesse trabalho, definiremos relações de equivalência para capturar comportamentos assintóticos "semelhantes" sobre pares de funções. Para traduzir, tal semelhança, usaremos quase-isometrias (ou aplicações bi-Lipschitz). A partir de tais transformações, podemos observar uma generalização de homotetias, quando dilatamos ou contraímos subconjuntos do espaço euclidiana.
Tal relação pode ser chamada de equivalência quase isométrica dos gráficos de funções ou equivalencia Lipschitz de contato. Nesse trabalho, estabelerecemos critérios algébricos em termos da multiplicidade para capturar os comportamentos assim tópicos de pares de funções homogêneas.

Palavras-chave: Equivalência linear de contato; funções homogêneas; Equivalência Lipschitz de Contato; Equivalência Quase Isométrica.

A Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira , ICEN , Discente, dinexsapro@gmail.com[1]
A Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira., ICEN , Docente, rodrigoxolidio@gmail.com[2]

INTRODUÇÃO

No início do projeto, começamos com estudo dos gráficos das funções através do comportamento de suas curvas de níveis. Tais curvas de níveis próximo de valores regulares da função (isto é longe dos pontos críticos) tem um comportamento/forma similar através de um isomorfismo diferenciavel. Por outro lado quando a curva de nível passa pelo ponto crítico você tem mudanças em sua estrutura por exemplo Considere a função f (x,y)= X^2 - Y^2.Para todo o valor C diferente de zero a equação X2 - Y2 = C são hipérboles. No caso X^2 - Y^2=0, temos duas retas transversais, modificando consideravelmente a sua estrutura. Estudar esse comportamento das famílias é um primeiro modo de você distinguir funções no cálculo diferencial de vários variáveis. Em nosso projetos, nos estenderemos esse estudo de distinção considerando agora família de funções (que formam um gráfico), analisando, como as suas distâncias interagem entre si. Observe que naturalmente o espaço euclidiano tem uma estrutura de espaço métrico a partir da distância euclidiana. Quando, nós analisamos as curvas de níveis, por exemplo, indo até um ponto singular, podemos perguntar como se dá o comportamento das distâncias dessas curvas de nível ao longo de seu gráfico , obtendo assim uma primeira relação de equivalência que é a seguinte: Diremos que duas funções são Lipschitz contato equivalentes quando Suas distâncias de suas curvas de niveis até origem são equivalentes a menos de uma mudança de coordenadas. Nesse trabalho, consideramos critérios para determinar quando duas funções polinomiais ou melhor quando duas aplicações do plano no plano dado por polinômios homogêneos são Lipschitz contato equivalentes.

METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada através dos encontros tanto presenciais quanto virtuais; conversas no grupo e na plataforma google meet. Durante os encontros, foram resolvidos exercícios e estudo gráfico das funções.O estudo incluiu a aplicação de conceitos fundamentais como métricas, distâncias equivalentes e funções Lipschitz para análise do comportamento das funções.

Verificamos as condições que satisfaz a equivalência linear de contato. Assim como estudo das funções homogêneos e quase-homogêneos. Construímos um diagrama comutativo para ilustrar a Lipschitz contato equivalência, definimos o homeomorfismo H que estabelece a Lipschitz bi contato equivalência entre f e g. Em seguida aplicaremos os conceitos ao estudo de funções a polinômios de uma variável complexa e sua generalização natural.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No começo, como resultado de estudo de germes de funções polinomiais em duas variáveis F:R^2,0)--> (R,0), conseguimos uma lista de funções com o mesmo comportamento assintótico.

A Primeira ideia foi considerado dois casos: Quando a imagem invessa do zero é só o zero e quando a imagem inversa do 0 é uma curva, ou união de curvas paramétricas. Vimos de imediato que se um par de imagem inversas de um par de funcões possuir mais pedaços do que a outra, então elas não podem ter o mesmo comportamento assintotico porque tem regiões do plano no domínio em que dado gráfico intersectar e outras não. Isto caracteriza, um comportamento do tipo 0 ou infinito nessas regiões (da razão entre essas funções). Em seguida, introduzimos o conceito de equivalência linear de contato que é você observar que muitos gráficos tem mesma similaridade a menos de movimentos rígidos. Como nosso interesse é comparar distâncias, movimentos rígidos não estão fazendo/criando contato de proximidade ou afastamento ao longo

ISSN: 2447-6161

de dado gráfico próximo da origem.Mostraremos que multiplicidade das funções homogêneas é um invariante de bi-contato equivalência.

CONCLUSÕES

Este trabalho contribuiu para a compreensão da equivalência entre comportamentos assintóticos de funções, especialmente através dos conceitos de equivalência quase isométrica e Lipschitz contato equivalência. Este resultado nos permite concluir que as funções estudadas apresentam uma similaridade fundamental em seu comportamento assintótico, apesar das possíveis diferenças em suas formas ou posições no plano.

AGRADECIMENTOS

Aproveito para agradecer à Universidade de Lusofonia do Brasil (Unilab) e à Comissão de Bolsa do Programa de Iniciação Científica do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio durante o desenvolvimento deste projeto. A colaboração e os recursos fornecidos foram essenciais para a conclusão bem-sucedida de nossas atividades de pesquisa.

REFERÊNCIAS

As referências[1] Birbrair, Lev; Fernandes, Alexandre C. G. Metric theory of semialgebraic curves. (English) Rev. Mat. Complut. 13, No. 2, 369-382 (2000).

[2] Birbrair, Lev; Fernandes, Alexandre; Grandjean, Vincent; Gabrielov, Andrei Lipschitz contact equivalence of function germs in R^2 . Ann. Sc. Norm. Super. Pisa, Cl. Sci. (5) 17, No. 1, 81-92 (2017)

[3] Birbrair, Lev; Costa, João Carlos Ferreira ; Edvalter Senha ; Rodrigo Mendes. Finiteness theorem for multi-K-bi-Lipschitz equivalence of map germs. Mathematische Nachrichten, v. 291, p. 2381-2387, 2018.

[4]Lipschitz contact equivalence and real analytic functions. Lev Birbrair, Rodrigo Mendes, ano 2018. https://arxiv.org/abs/1801.05842.

[5] Birbrair, Lev; Mendes, Rodrigo. Multi-K-bi-Lipschitz equivalence in dimension two. Sao Paulo Journal Of Mathematical Sciences. v. 19, p. 449-462, 2024.

ISSN: 2447-6161