



## ANÁLISE DO OSCILADOR HARMÔNICO QUÂNTICO A PARTIR DO USO DE DIFERENTES MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Douglas Lima De Menezes<sup>1</sup>  
Aristeu Rosendo Pontes Lima<sup>2</sup>

### RESUMO

Este trabalho objetiva abordar assuntos iniciais da mecânica quântica que são necessários para o desenvolvimento de pesquisas na área da matéria condensada. Dentre esses assuntos, tratamos aqui da análise do oscilador harmônico, um caso bastante interessante e importante de ser estudado e que serve como base fundamental para a execução de pesquisas mais avançadas. Tratamos de descrever a resolução desse caso quântico a partir de dois métodos: Algébrico e analítico. Para o primeiro caso, utilizamos uma abordagem que emprega o uso dos operadores escada, uma forma inteligente de poder encontrar as funções de onda e suas energias. Para o segundo caso, consideramos uma solução proporcional aos polinômios de Hermite, de modo que a resolução baseia-se em encontrar esses termos. A ideia central consistia em mostrar que os dois métodos são funcionais para o oscilador harmônico e assim poder demonstrar que existem mais de uma forma de resolver esse problema. Com isso, encontramos as funções de onda, bem como as energias correspondentes e constatamos que ambos os métodos chegam às mesmas conclusões.

**Palavras-chave:** Mecânica quântica; Oscilador harmônico; Métodos de Resolução.

---

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Discente,  
limadoyglas03@gmail.com<sup>1</sup>

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Ciências Exatas e da Natureza, Docente,  
aristeu@unilab.edu.br<sup>2</sup>

## INTRODUÇÃO

O condensado de Bose-Einstein, do ponto de vista científico, é um assunto extremamente importante de ser estudado, por causa de suas implicações. Sob essa ótica, para ser possível executar esses estudos, é necessário desenvolver inicialmente uma base a respeito de conceitos de mecânica quântica, que servem como alicerce para futuras pesquisas. Logo, apresento aqui alguns aspectos científicos e também pedagógicos da mecânica quântica.

Nessa perspectiva, é preciso entender problemas característicos que a mecânica quântica se preocupa em descrever. Dentre esses problemas, encontra-se o oscilador harmônico, uma situação muito estudada em toda a física clássica e que agora, com uma visão quântica, pode ser resolvido por alguns métodos, como: método algébrico, método analítico e o método das integrais de Feynman.

Com isso, neste trabalho tratamos das duas primeiras formas de resolução, objetivando desenvolver as integrais de Feynman à medida que avançarmos nos próximos conceitos.

## METODOLOGIA

O problema do oscilador harmônico, assim como outros problemas quânticos, é resolvido a partir da utilização da equação de Schrödinger ao potencial desejado. Nesse sentido, do mesmo modo que é tratado na física newtoniana, o potencial do oscilador harmônico mantém-se como definido classicamente. O passo lógico seguinte é buscar maneiras de resolver a equação de Schrödinger, objetivando encontrar as funções de ondas com suas respectivas energias que descrevem o sistema. Assim, neste post, tratamos de utilizar o método algébrico e analítico como formas de resolução e mostrar que ambos os modos de resolver chegam às mesmas soluções.

O método algébrico consiste na utilização de operadores escada como uma maneira de obter soluções para a equação de Schrödinger, podendo facilmente encontrar o estado fundamental (uma espécie de degrau inicial) e assim encontrar os demais, subindo ou baixando como preferir e achar necessário, com o uso dos operadores.

Por sua vez, o método analítico propõe uma solução para a equação de Schrödinger que é proporcional a  $\exp(-0,5\xi^2)$ . Com isso, para a resolução ficar completa, é considerado que o termo de proporcionalidade seja dado pelos polinômios de Hermite. Sendo possível, assim, por meio da solução da E.D.O de Hermite, encontrar os polinômios e conseqüentemente os estados quânticos procurados.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os cálculos mostram que ambas as formas chegaram aos mesmos resultados: as funções de ondas encontradas são iguais, bem como as energias respectivas de cada um.

Outro ponto para ser destacado é que os níveis de energias permitidos para os sistemas são bem definidos e distantes uns dos outros sempre por um fator igual a  $\hbar\omega$ .

Dessa maneira, percebe-se que com os resultados obtidos podemos considerar que os dois métodos são equivalentes e possibilitam chegar às mesmas conclusões. Sugerindo, inclusive, outras formas de resoluções.



## **CONCLUSÕES**

Portanto, neste trabalho resolvemos o caso do oscilador harmônico a partir de dois modos diferentes e observamos que esses caminhos são eficientes e satisfatórios ao calcularmos as funções de onda e as energias que caracterizam o sistema. Por fim, fica como perspectiva de novos estudos a resolução pelo método das integrais de Feynman, uma formulação bastante elegante e que é completamente diferente da mecânica quântica.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento da pesquisa intitulada Propriedades estáticas de gases dipolares fermiônicos em armadilhas do tipo bolha e executada entre 01/01/2024 e 31/08/2024, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e Tecnológica (Pibiti), da Unilab e ao meu orientador, Aristeu Lima, pela oportunidade. Considero que esse projeto, que tive o prazer de participar, contribuiu imensamente na minha formação profissional e isso foi possível graças ao meu orientador, que me acompanhou e ajudou durante essa jornada de obtenção de conhecimentos.

## **REFERÊNCIAS**

GRIFFITHS, David J. Mecânica Quântica. 2.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.