



## O MOMENTO COMO GERADOR DE TRANSLAÇÃO ESPACIAL NA MECÂNICA QUÂNTICA: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA

Clarissa Pinheiro De Sousa<sup>1</sup>

Samuel Santos Silva<sup>2</sup>

João Philipe Macedo Braga<sup>3</sup>

### RESUMO

Neste trabalho, desenvolvemos uma abordagem didática detalhada sobre o conceito de momento como gerador de translação espacial no contexto da mecânica quântica. Inicialmente, fazemos uma revisão do conceito de momento na mecânica clássica, abordando sua generalização para sistemas quânticos por meio da notação de Dirac, amplamente utilizada na formalização da mecânica quântica. Em seguida, aprofundamos a análise das demonstrações matemáticas que mostram a relação entre o operador momento e o operador de translação no espaço de Hilbert, destacando o papel fundamental dessas operações na descrição de sistemas quânticos. Para tornar o tema mais acessível, são incluídos exemplos práticos e didáticos que ilustram o comportamento do operador de translação, assim como a preservação de simetrias espaciais, que é uma característica central em sistemas com simetria translacional. A proposta didática visa aproximar o rigor formal da teoria quântica com os conceitos frequentemente abordados nos livros de graduação, complementando com tópicos de Mecânica Analítica.

**Palavras-chave:** Momento; Translação; Quântica; Didática.

---

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab), ICEN, Discente, clarissap478@gmail.com<sup>1</sup>

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab), ICEN, Discente, samuelsam333@aluno.unilab.edu.br<sup>2</sup>

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab), ICEN, Docente, philipe@unilab.edu.br<sup>3</sup>



## INTRODUÇÃO

O momento desempenha um papel fundamental tanto na mecânica clássica quanto na quântica. Na mecânica clássica, é uma quantidade física associada à inércia do movimento de uma partícula, definida como o produto da massa pela velocidade. Entretanto, na mecânica quântica, o conceito de momento adquire uma interpretação mais abstrata, sendo representado por um operador no espaço de Hilbert, atuando sobre kets na notação de Dirac.

No contexto quântico, o momento é não apenas uma variável de estado, mas também o gerador de translações espaciais (SAKURAI, 1994). A importância de entender essa relação reside na compreensão de como o operador do momento gera mudanças na posição de uma partícula sem alterar suas características internas.

Este trabalho tem como objetivo tornar mais didáticas as demonstrações apresentadas por Sakurai no capítulo 1 de *Modern Quantum Mechanics* e conectar esses conceitos com os fundamentos da mecânica analítica (LEMOS, 2013).

## METODOLOGIA

O desenvolvimento deste trabalho baseou-se na formalização do operador momento e sua interpretação na mecânica quântica, além de sua relação com as translações. Iniciou-se com a definição do momento na mecânica clássica, seguido pela sua representação como operador na mecânica quântica.

Utilizando a notação de Dirac, foi estabelecida a relação entre a função de onda e o operador momento, bem como as suas implicações na base de posição. Adicionalmente, foram introduzidos exemplos didáticos, como a análise de uma partícula livre e do oscilador harmônico quântico, para ilustrar a aplicação prática dos conceitos abordados.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos demonstraram que o operador de momento, representado como  $\hat{p}$ , atua como gerador de translações infinitesimais no espaço. Através da análise do operador de translação  $T(a)$  e sua relação com  $\hat{p}$ , ficou evidente que, ao aplicar uma translação na função de onda, a distribuição de probabilidade da partícula é alterada.

No exemplo da partícula livre, verificou-se que a translação não modifica a forma funcional da função de onda, mas desloca o estado quântico da partícula ao longo do eixo  $x$ . No caso do oscilador harmônico quântico, a aplicação do operador de translação resultou em uma nova função de onda que é uma superposição de estados estacionários, indicando que a partícula não se encontra mais em um estado estacionário puro.

Essas mudanças na distribuição de probabilidade têm implicações físicas significativas, especialmente em sistemas oscilatórios que representam comportamentos de partículas em potenciais. O trabalho reforçou a importância do operador momento na mecânica quântica, não apenas como uma ferramenta matemática, mas como um conceito fundamental na descrição do movimento e das interações quânticas.

## CONCLUSÕES



Este trabalho apresentou uma abordagem didática sobre o conceito de momento como gerador de translações espaciais na mecânica quântica. Demonstrou-se a relação entre o operador de momento e a simetria espacial, além de integrar conceitos da mecânica analítica. Assim, o estudo reforça a relevância do momento em diferentes contextos físicos, visando facilitar o aprendizado do tema para estudantes e educadores.

### **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de expressar minha profunda gratidão à Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab) pela oportunidade e o apoio concedido por meio da bolsa de Iniciação Científica, que foi essencial para a realização deste trabalho.

### **REFERÊNCIAS**

LEMOS, Nivaldo A.; Mecânica Analítica. 2ª Edição, Editora Livraria da Física 2013.

SAKURAI, J. J.; Modern Quantum Mechanics. Addison-Esley Publishing Company.1994.