



## ESTADO FUNDAMENTAL DE UM CONDENSADO DE BOSE-EINSTEIN DIPOLAR APRISIONADO EM UMA CASCA ESFÉRICA.

Ossamy Lima Okura<sup>1</sup>  
Aristeu Rosendo Pontes Lima<sup>2</sup>

### RESUMO

Neste trabalho, investigamos o estado fundamental de um condensado de Bose-Einstein dipolar confinado em uma armadilha esfericamente simétrica do tipo bolha. Adotamos um ansatz gaussiano para a parte radial da função de onda, enquanto a parte angular foi expandida em harmônicos esféricos. Com essa abordagem, derivamos uma expressão analítica para a energia total do sistema, a qual foi minimizada para determinar as características do estado fundamental. Além disso, exploramos os efeitos das interações de contato isotrópico de curto alcance e das interações dipolares anisotrópicas de longo alcance. Demonstramos que, em regimes fortemente dipolares, o condensado confinado em uma casca esférica apresenta perfis de densidade anisotrópicos, oferecendo novas perspectivas sobre o comportamento dessas interações em armadilhas esféricas. Nosso estudo fornece uma compreensão mais aprofundada dos efeitos combinados do confinamento esférico e das interações dipolares, contribuindo para a caracterização detalhada do estado fundamental em sistemas dipolares, revelando comportamentos distintos de condensados aprisionados em uma armadilha esférica "cheia".

**Palavras-chave:** condensado de Bose-Einstein; armadilha do tipo bolha; energia total.

---

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab), Instituto de Ciências da Natureza - ICEN, Discente, [ossamyokura47@gmail.com](mailto:ossamyokura47@gmail.com)<sup>1</sup>

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab), Instituto de Ciências da Natureza - ICEN, Docente, [aristeu@unilab.edu.br](mailto:aristeu@unilab.edu.br)<sup>2</sup>

## INTRODUÇÃO

Desde a proposição teórica do condensado de Bose-Einstein (BEC) em 1925 por Satyendra Nath Bose e Albert Einstein [1], até sua primeira realização experimental em 1995 [2, 3], houve avanços significativos tanto no campo teórico quanto experimental. Ao longo desse período, tecnologias sofisticadas foram desenvolvidas, permitindo o aprisionamento e a manipulação de gases quânticos com grande controle sobre suas propriedades físicas e geométricas. Um dos aspectos mais notáveis desses avanços é a flexibilidade proporcionada pelos diferentes métodos de confinamento, que possibilitam a modificação da forma e das características de um BEC de maneira precisa.

No contexto teórico, ao considerarmos o regime de Thomas-Fermi, em que a energia cinética dos átomos é desprezada em relação à energia de confinamento, a função de onda do condensado passa a refletir a geometria da armadilha [4]. Com isso em mente, o presente trabalho tem como objetivo investigar o estado fundamental de um BEC aprisionado em uma casca esférica [5]. Como a armadilha imposta possui simetria esférica, espera-se que a função de onda do condensado também exiba uma dependência espacial esfericamente simétrica, o que simplifica a análise e fornece um modelo adequado para o estudo das propriedades desse sistema.

Para conduzir essa análise, adotamos um Ansatz gaussiano para a componente radial da função de onda e utilizamos uma expansão em harmônicos esféricos para a parte angular. A partir dessa formulação, aplicamos a equação de Gross-Pitaevskii para calcular a energia total do sistema. Em seguida, obtida uma expressão analítica para a energia, realizamos a minimização dos parâmetros variacionais. Finalmente, essa minimização, conduzida por meio de métodos numéricos, nos permite determinar o estado fundamental do condensado de forma precisa, fornecendo uma descrição clara das características do sistema em estudo.

## METODOLOGIA

Um aspecto importante a ser destacado, do ponto de vista experimental, é o controle que se pode exercer sobre as interações interatômicas, que são, por natureza, isotrópicas e de curto alcance. Essa interação é fundamental ao se considerar um gás de Bose não ideal. Através da teoria do espalhamento, pode-se demonstrar que o parâmetro mais relevante nesse tipo de sistema é o comprimento de espalhamento de onda-s, denotado por  $a_s$ . Além disso, por meio da ressonância de Feshbach, é possível tanto aumentar quanto suprimir essas interações interatômicas, oferecendo um grande controle sobre o comportamento do sistema.

Por outro lado, em gases polarizados, ou seja, aqueles que possuem altos valores de momento de dipolo, a interação dipolo-dipolo passa a exercer uma influência significativa. Essa interação, diferente das interações de curto alcance, é de longo alcance e anisotrópica, o que gera um impacto global no condensado. Além disso, a interação dipolo-dipolo pode resultar na formação de nuvens condensadas que são alongadas ou achatadas, dependendo da orientação dos dipolos em relação à armadilha externa, o que adiciona uma camada extra de complexidade ao sistema.

Outro ponto crucial é a viabilidade da armadilha esférica, que, para ser realizada de forma eficiente, exige um ambiente de microgravidade. Em condições terrestres, a força gravitacional tende a concentrar os átomos no fundo da casca esférica, tornando impossível a distribuição uniforme dos átomos ao longo da superfície da casca. Portanto, somente em ambientes de microgravidade é possível manter a simetria esperada para esse tipo de armadilha.

Adicionalmente, além das interações de contato e dipolares, a energia total do sistema também envolve a contribuição da energia de confinamento e da energia cinética das partículas. Desse modo, a energia total do sistema é composta pela soma das energias de contato, de interação dipolar, de confinamento e cinética.

Em nosso trabalho, calculamos cada uma dessas contribuições e, por meio do software Wolfram Mathematica, realizamos a minimização para encontrar o estado fundamental do sistema.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A primeira característica a ser destacada é que o potencial de interação dipolo-dipolo,  $V_{dd}$ , exibe simetria azimutal. Como consequência, devido à simetria envolvida, a distribuição angular da função de onda, sendo uma combinação linear de harmônicos esféricos, impõe que os coeficientes  $a_{l,m}$ , com  $m \neq 0$ , sejam nulos. Outra propriedade fundamental da interação dipolo-dipolo é sua simetria de reflexão em torno do plano  $z=0$ . Isso implica que os coeficientes correspondentes a índices  $l$  ímpares também se anulam, resultando em uma simplificação adicional na estrutura da função de onda.

Além disso, em regimes fortemente dipolares, é observada a presença de perfis de densidade anisotrópicos para o condensado de Bose-Einstein confinado em uma casca esférica. Nesse contexto, embora seja comum em gases quânticos dipolares que o condensado se alongue na direção da polarização, tal comportamento não se manifesta neste sistema. Esse fato evidencia a importância da geometria imposta pela casca esférica nas propriedades anisotrópicas do condensado dipolar, alterando sua resposta às interações dipolo-dipolo.

Portanto, a combinação da simetria do potencial dipolar, das propriedades da função de onda e da influência da geometria específica da casca esférica realça a relevância dessas características na determinação das propriedades do condensado de Bose-Einstein com interações dipolares.

## CONCLUSÕES

Em conclusão, os resultados obtidos ao longo desta pesquisa demonstram que os objetivos propostos foram alcançados. Inicialmente, buscamos explorar o comportamento de um condensado de Bose-Einstein confinado em uma casca esférica sob a influência de interações dipolo-dipolo. Verificamos que, devido à simetria azimutal do potencial  $V_{dd}$  e à combinação linear de harmônicos esféricos, os coeficientes  $a_{l,m}$ , com  $m \neq 0$ , se anulam. Além disso, a simetria de reflexão do potencial dipolar em torno do plano  $z=0$  resultou na eliminação dos coeficientes associados a índices  $l$  ímpares, simplificando a estrutura da função de onda do sistema.

Em regimes fortemente dipolares, observamos a presença de perfis de densidade anisotrópicos, o que foi consistentemente explicado pela influência das interações dipolares e pela geometria específica da casca esférica. Notamos que, diferentemente do esperado em gases quânticos dipolares, o condensado não se alongou na direção da polarização, evidenciando o impacto fundamental da geometria de confinamento nas propriedades do sistema.

Portanto, os resultados confirmam que a geometria da casca esférica da armadilha tem um papel central na determinação das características anisotrópicas do condensado de Bose-Einstein com interações dipolares, atingindo os objetivos traçados para esta pesquisa. As análises realizadas contribuem para uma compreensão mais profunda da dinâmica de sistemas com interações dipolares em geometrias não convencionais, o que pode abrir caminho para novos estudos experimentais e teóricos no campo dos gases quânticos.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento da pesquisa intitulada Gases quânticos dipolares na superfície de uma esfera e executada entre 01/09/2023 e 31/08/2024, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic) e



Tecnológica (Pibiti), da Unilab.

## REFERÊNCIAS

- [1] Bose, S. N. (1924). Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Zeitschrift für Physik*, 26(1), 178-181.
- [2] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* 269, 198 (1995).
- [3] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.* 75, 3969 (1995).
- [4] PITAEVSKII, L.; STRINGARI, S. Bose-Einstein condensation and superfluidity. Oxford University Press, 2016. (International Series of Monographs on Physics)
- [5] Diniz, P. C., Oliveira, E. A. B., & Lima, A. R. P. (2020). Ground state and collective excitations of a dipolar Bose-Einstein condensate in a bubble trap. *Scientific Reports*, 10, 4831.