CAMPOS DE VETORES CONFORMES NA ESFERA EUCLIDIANA

Antonia Luciana Alves De Araújo[1]
João Francisco Da Silva Filho[2]

RESUMO

Durante o projeto "Campos de vetores conformes na esfera Euclidiana" foram estudados os campos de vetores conformes (ou simplesmente, campos conformes) definidos na esfera Euclidiana (ou simplesmente, esfera), enfatizamos as relações com os campos conformes definidos sobre o espaço Euclidiano. Destacamos no projeto especialmente os campos conformes gradientes e os campos de vetores de Killing (ou simplesmente, campos de Killing). Os campos conformes sobre uma variedade Riemanniana são campos de vetores, cuja derivada de Lie corresponde a um tensor de segunda ordem que é múltiplo da métrica Riemanniana da referida variedade. Cabe ressaltar que é possível introduzir uma abordagem mais elementar de campo conforme sobre a esfera Euclidiana, que corresponde um caso particular da abordagem comumente usada para variedades Riemannianas em geral, quando aplicada à essa variedade Riemanniana. Esses campos de vetores estão relacionados diretamente a algumas estruturas geométricas que bastante exploradas nessas últimas décadas, por exemplo: os solitons de Ricci, os quase solitons de Ricci, as variedades quase-Einstein, os solitons de Yamabe e os quase solitons de Yamabe. Convém salientar que durante o projeto foram introduzidos estudos voltados a alguns softwares Matemáticos como o Geogebra e editores de documentos no formato Latex.

Palavras-chave: Esfera Euclidiana; Campos conformes; fator conforme.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Ceará, Discente, la408024@gmail.com[1]
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Ceará, Docente, joaofilho@unilab.edu.br[2]

ISSN: 2447-6161

INTRODUÇÃO

A esfera Euclidiana é uma variedade Riemanniana compacta, simplesmente conexa e que possui uma curvatura seccional constante positiva e corresponde a uma forma espacial (ou space form). Por outro lado, a esfera Euclidiana é uma variedade Riemmanniana homogênea e um dos principais exemplos de variedade Riemanniana de Einstein, isto é, uma variedade Riemanniana com tensor de Ricci múltiplo da métrica Riemanniana (cf. Besse, 2008).

Os campos conformes, cuja derivada de Lie é um tensor múltiplo da métrica Riemanniana da variedade são denominados campos de vetores conformes (ou simplesmente, campos conformes), em virtude da analogia feita com as transformações conformes, ou seja, tranformações que preservam ângulos.

Podemos encontrar os campos conformes na Geometria Diferencial nos estudos de imersões sobre formas espaciais, produtos diretos, produtos-warped, variedades Riemannianas homogêneas, variedades Riemanniana de Einstein e em alguns fluxos geométricos como fluxo de Yamabe e fluxo de Ricci. Exemplos de campos de vetores conformes (gradientes e não-gradientes) estão presentes na esfera Euclidiana, assim como alguns casos particulares como os campos de Killing.

METODOLOGIA

O projeto iniciou-se em outubro de 2020 e inicialmente nos dedicamos à obtenção dos pré-requisitos necessários para o estudo de campos de vetores conformes definidos na esfera Euclidiana. Nesse mesmo período, realizamos a ambientação com o software Matemático Geogebra, utilizado para realizar a representação gráfica de funções básicas, e por fim, introduzimos os estudos sobre o formato Latex.

No segundo semestre do projeto, foram estudados os campos de vetores conformes definidos sobre o espaço Euclidiano, buscando compreender as características desses campos de vetores e estudar os campos de vetores conformes definidos sobre a esfera Euclidiana, através de mudança conforme de métrica. Nesse mesmo período estudamos a projeção estereográfica estabelecendo uma aplicação conforme que verifica que a esfera Euclidiana é localmente conformemente Euclidiana. Assim, pela mudança de métrica, pudemos relacionar os campos de vetores conformes definidos no espaço Euclidiano e na esfera Euclidiana.

Ao longo do projeto realizamos reuniões periódicas virtuais com o orientador, nas quais era realizado o acompanhamento das atividades, esclarecimento de dúvidas, discussões sobre o conteúdo estudado, resolução de exercícios e elaboração de frequências semanais e relatórios (parcial e final).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No primeiro semestre do projeto, realizamos à aquisição dos pré-requisitos necessários para o estudo dos campos conformes definidos sobre a esfera Euclidiana, já o segundo semestre estudamos especificamente os campos de conformes na esfera Euclidiana, partindo dos campos conformes no espaço Euclidiano, associando esses dois espaços Riemannianos através de mudança conforme de métrica. Os estudos realizados possibilitaram descrever campos conformes gradientes sobre a esfera Euclidiana a partir da expressão dos campos conformes gradientes definidos sobre o espaço Euclidiano.

CONCLUSÕES

Diante da execução do projeto, percebemos a importância do estudo sobre os campos de vetores conformes definidos sobre o espaço Euclidiano e sobre a esfera Euclidiana. Através da mudança conforme de métrica foi possível estabelecer uma relação entre os dois tipos de campos de vetores. Convém ressaltar a importância

ISSN: 2447-6161

do estudo da projeção estereográfica no qual possibilitou verificar que a esfera Euclidiana é conformemente Euclidiana.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente a Deus por todas conquistas e pela sabedoria, ao professor e orientador João Francisco da Silva Filho pela paciência e pelos ensinamentos, aos professores Rafael Jorge Pontes Diógenes e Jorselan Perote da Silva pelas contribuições no projeto, ao Programa Pibic-Unilab pela oportunidade e pela concessão da bolsa e todos que contribuíram durante o percurso do projeto.

REFERÊNCIAS

BESSE, A.L. Einstein manifolds. Berlin: Spring-Verlag, 2008. (Classics Mathematics).

ARAÚJO, A. L. A.; BLEZ, M. A. e SILVA FILHO, J. F. Campos de Vetores Gradientes sobre a Esfera Euclidiana. Redenção, 2021 (Artigo em Elaboração), 2021.

CARMO, M. P. do Geometria Riemanniana. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2005. (Projeto Euclides).

GUIDORIZZI, H. G. Um curso de cálculo. 5. ed.Vol.3. Rio de janeiro: LTC, 2002.

HEINTZE, E. Extrinsic upper bounds for $\lambda 1$. Mathematisches. Annalen, v. 80, p. 389-402, 1988.

LEITHOLD, L. O cálculo com geometria analítica. 3. ed. Vol. 2. São Paulo: Harbra Ltda, 1994.

LEE, J. M. Introduction to smooth manifolds. New York: Springer-Verlag, 2002. (New Yourk Graduate Texts in Mathematics, v.218.)

LIMA, E. L. Curso de Análise Volume 1, 10. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2002.

LIMA, E. L. Grupo Fundamental e Espaços de Recobrimento. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.

LIMA, E. L. Análise Real Volume 2: Funções de n variáveis, 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

OBATA, M. The conjecture on conformal transformations of Riemannian manifolds, J. Differential Geometry, v. 6, p. 247-258,1971.

OBATA, M.; YANO, K. Conformal changes of Riemannian metrics. Journal Differential Geometry, v. 4, p. 53-72, 1970.

STEWART, J. Cálculo - Volume 2, 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

TASHIRO, Y. Complete Riemannian manifolds and some vector fields. Transactions of the American Mathematical Society, v.117, p. 251-275, 1965.

YANO, K. Integral formulas in Riemannian geometry. New York: Marcel Dekker, 1970.

ISSN: 2447-6161