CURVAS GEODÉSICAS EM FORMAS ESPACIAIS

Antonia Luciana Alves De Araújo[1]
João Francisco Da Silva Filho[2]

RESUMO

Durante o projeto “Curvas Geodésicas em Formas Espaciais” nos dedicamos aos estudos sobre curvas geodésicas (ou simplesmente, geodésicas) definidas sobre formas espaciais (ou space forms), destacando o espaço Euclidiano e a esfera Euclidiana. Uma geodésica sobre uma variedade Riemanniana é uma curva parametrizada diferenciável não-constante com campo de vetores tangentes paralelo ao longo da curva no parâmetro, ou seja, o campo de vetores tangentes possui derivada covariante identicamente nula. As curvas geodésicas são localmente minimizantes, isto é, todo arco de geodésica suficientemente pequeno é uma curva que minimiza distância. As curvas diferenciáveis nas quais todo arco suficientemente pequeno é uma curva minimizante, necessariamente são curvas geodésicas. Já nas formas espaciais, particulamente, toda curva geodésica pode ser estendida com parâmetro definido para todo valor real e quaisquer dois pontos podem ser ligados por uma geodésica minimizante. Convém ressaltar que durante o projeto foram introduzidos estudos sobre editores de documentos no formato Latex, que nos proporcionaram uma aprendizagem voltada para essa área do conhecimento.

Palavras-chave: Curvas geodésicas; Curvas minimizantes; Formas espaciais.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Ceará, Discente, la408024@gmail.com[1]
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Ceará, Docente, joaofilho@unilab.edu.br[2]

INTRODUÇÃO

Basicamente, as formas espaciais (ou space forms) são variedades Riemannianas geodesicamente completas (ou simplesmente, geodésicas) com curvatura seccional constante, cujos exemplos mais estudados são o espaço Euclidiano, a esfera Euclidiana e o espaço hiperbólico.

As geodésicas sobre uma variedade Riemanniana são curvas parametrizadas diferenciáveis não-constantes, nas quais o campo de vetores tangentes possuim derivada covariante identicamente nula, isto é, a aceleração da curva é nula. Convém ressaltar que as referidas curvas podem ser implicitamente descritas, através de equações diferenciais, chamadas de equações geodésicas. Além disso, a norma de seu campo de vetores tangentes deve ser constante e seu parâmetro ser proporcional ao seu comprimento de arco.

As geodésicas possuem relações com os campos de vetores de Killing (ou simplesmente, campos de Killing), campos de Jacobi, imersões, submersões, pontos conjugados, energia, entre outras estruturas (cf. CARMO, 2005). A noção de geodésica nos permite estender importantes resultados válidos no espaço Euclidiano para variedades Riemannianas completas.

METODOLOGIA

No primeiro semestre de vigência do Projeto de Pesquisa, iniciado em setembro de 2021, realizamos uma revisão bibliográfica para a aquisição dos pré-requisitos necessários ao estudo de geodésicas, tais como, tópicos de Álgebra Linear e Cálculo Diferencial e Integral. Após a aquisição dos pré-requisitos iniciamos o estudo sobre geodésicas sobre o espaço Euclidiano e sobre a esfera Euclidiana, momento em que foram abordados conceitos e resultados sobre o espaço Euclidiano e sobre a esfera Euclidiana. Neste mesmo período realizamos estudos sobre o formato LaTex, além da revisão bibliográfica sobre a Geometria Diferencial de Superfícies.

No segundo semestre nos dedicamos aos estudos sobre transporte paralelo e geodésicas no espaço Euclidiano e esfera Euclidiana, destacando ainda a derivada covariante, que é um conceito da geometria intrínseca da superfície que não depende da escolha da curva. Por fim, nos dedicamos a elaboração do relatório final do projeto, no qual descrevemos todas as atividades realizadas durante o período de vigência do projeto.

Durante o período de execução do projeto, realizamos reuniões periódicas virtuais com o orientador, nas quais era realizado o acompanhamento das atividades, esclarecimento de dúvidas, discussões sobre o conteúdo estudado, resolução de exercícios e elaboração de frequências semanais e relatórios (parcial e final).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No primeiro semestre estudamos os pré-requisitos necessários para o estudo de geodésicas sobre o espaço Euclidiano e sobre a esfera Euclidiana. Após a aquisição dos pré-requisitos, iniciamos, no segundo semestre, o estudo especifico da Geometria Diferencial de Superfícies, no qual podemos concluir que as retas e segmentos de retas são as únicas geodésicas do espaço Euclidiano, enquanto os grandes círculos e arcos de grandes círculos são as únicas curvas geodésicas da esfera Euclidiana.

CONCLUSÕES

ISSN: 2447-6161

Concluído o projeto podemos compreender a importância do estudo sobre as curvas geodésicas, no qual enfatizamos o espaço Euclidiano e a esfera Euclidiana, Diante do exposto, chegamos a conclusão que as geodésicas no espaço Euclidiano são retas ou segmentos de retas, enquanto na esfera Euclidiana, as geodésicas são grandes círculos ou arcos de grandes círculos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente a Deus por todas conquistas e pela sabedoria, ao professor e orientador João Francisco da Silva Filho pela paciência e pelos ensinamentos, aos professores Rafael Jorge Pontes Diógenes e Jorselan Perote da Silva pelas contribuições no projeto, ao Programa Pibic/Af-Unilab pela oportunidade e pela concessão da bolsa e todos que contribuíram durante o percurso do projeto.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, P. Geometria Diferencial. 2a. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.

BARBOSA, J. L. Geometria Hiperbólica. Rio de Janeiro: IMPA, 2007.

BARROS, A. A.; ANDRADE, P. Introdução à Geometria Projetiva. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

BERESTOVSKII, V. N.; NIKONOROV, Y. G. Killing vector fields of constant length on Riemannian manifolds. Siberian Mathematical Journal. v.49, 395-407 (2008).

BESSE, A.L. Einstein manifolds. Berlin: Spring-Verlag, 2008. (Classics Mathematics).

CARMO, M. P. do Geometria Riemanniana. 3a ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2005. (Projeto Euclides).

FATELO, J.; MARTINS-FERREIRA, N. Curvas geodésicas em superfícies, 2014. Disponível em . Acessado em 04 de maio de 2020.

MANFIO, F. Geometria Riemanniana. Disponível em . Acessado em 09 de julho de 2021.

TENENBLAT, K. Introdução à Geometria Diferencial. 2a. ed. revisada. São Paulo: Blucher, 2008.

ISSN: 2447-6161