GEOMETRIA DAS CURVAS EM R^2

Larissa Braga Fernandes[1]
Rafael Jorge Pontes Diógenes[2]

RESUMO

Este trabalho aborda a geometria das curvas no espaço euclidiano bidimensional (ou simplesmente, R^2), destacando alguns de seus resultados mais interessantes e que não são comumente abordados em um curso regular de Geometria Diferencial no decorrer da graduação. De maneira mais formal, uma curva no R^2 (ou curva plana) pode ser vista como o conjunto dos pontos $(x, y) \in R^2$ que satisfazem uma equação do tipo $F(x, y)=0$ e que possuem propriedades variadas. Entre elas evidenciamos: curvatura e fórmulas de Frenet, Teorema fundamental das curvas, Número de rotações, Teorema de Jordan, Desigualdade isoperimétrica, curvas convexas e o Teorema dos quatro vértices, que embora sejam consideravelmente intuitivos com relação a compreensão dos resultados, o mesmo não ocorre com relação às suas demonstrações. Outro aspecto vantajoso no estudo das curvas planas é aprender e utilizar, sempre que possível, o software GeoGebra, para fornecer uma melhor visualização dos resultados, ao descrever as curvas em R^2.

Palavras-chave: Geometria; Curvas; Curvas planas.

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-brasileira , Ceará, Discente, larissa.fernandes1234545@gmail.com[1]
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-brasileira , Ceará, Docente, rafaeldiogenes@unilab.edu.br[2]

ISSN: 2447-6161

INTRODUÇÃO

Como comentado no resumo uma curva em R^2, intuitivamente, é um subconjunto do plano euclidiano, que tenha dimensão um, como por exemplo gráfico de funções de uma variável real, ou de maneira mais simplista, uma figura desenhada com um único traço, sem tirar o lápis/caneta do papel. Podemos ainda ver como a trajetória de um deslocamento de uma partícula no plano, sendo esta última a maneira mais adequada de definir curvas, pois justifica muito bem conceitos como sentido da trajetória, vetor velocidade, vetor aceleração etc.

Os conceitos que envolvem essas curvas são estudados pela geometria diferencial, que é um ramo da matemática onde utiliza-se do cálculo diferencial e integral para estudar o comportamento e as propriedades que envolvem uma curva, possibilitando a generalização dessas propriedades para dimensões mais altas ou até mesmo espaços cuja curvatura é diferente de zero, além de ter um grande número de aplicações na física, como na teoria da relatividade e na cartografia que foi a razão inicial para a criação dessa área de pesquisa, fazendo desses estudos um interessante modo de despertar a curiosidade e intuição matemática do discente, além de auxiliá-lo na compreensão de assuntos mais voltados à matemática avançada.

METODOLOGIA

Para a execução das atividades previstas em nosso projeto de pesquisa, foram estudados prioritariamente os capítulos do livro de Geometria Diferencial de Curvas em R^2 dos autores Alencar, Santos e Silva Neto (2020) que serviu como guia de estudos durante a vigência, além disso foram utilizadas algumas notas de aula, artigos, trabalhos de conclusão e livros relacionados a temática do trabalho para que fosse possível compreender alguns assuntos e demonstrações no estudo dos capítulos do livro base. Além disso, durante toda a vigência do projeto, eram realizadas semanalmente reuniões com o professor orientador, tanto para retirar possíveis dúvidas quanto para discutir os assuntos estudados naquela semana e debater a resolução dos exercícios propostos pelo livro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A geometria diferencial surgiu da junção entre a geometria (no nosso caso trabalhamos com a geometria euclidiana plana) e o cálculo diferencial e integral, originando-se inicialmente no estudo da cartografia e tendo sua evolução conduzida por nomes como Isaac Newton que foi o primeiro a investigar a curvatura por meio do cálculo infinitesimal, Pierre de Fermat que descobriu como encontrar, através de curvas algébricas, as retas tangentes a ela, Carl Friedrich Gauss que descobriu e provou o Theorema Egregium e. Bernhard Riemann que estendeu a teoria de Gauss para espaços de dimensões maiores e introduziu a noção de variedades conduzindo à moderna geometria diferencial.

Estudar a geometria plana, nos permite viajar no tempo e compreender os passos que foram dados para a geometria diferencial como a conhecemos hoje e nesse trabalho apresentamos os estudos de alguns dos principais resultados que envolvem essas curvas e que abrem espaço para a introdução de outras áreas da matemática, como o estudo do número de rotação e o teorema da curva fechada que nos leva ao ramo da topologia e a desigualdade isoperimétrica que nos leva ao ramo do cálculo das variações. De maneira geral, foi feito um estudo da bibliografia indicada, buscando compreender os resultados e visualiza-los por meio do Geogebra. Por fim, foi iniciado um estudo introdutório sofre fluxo pela curvatura, mais especificamente a Evolução de Curvas Planas pela Função Curvatura que é, de certo modo, um caso particular de fluxo de Ricci que hoje é uma área bem ativa na pesquisa de ponta em matemática.

ISSN: 2447-6161

CONCLUSÕES

A Geometria de curvas (em R^2 e R^3) é o início do estudo em Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies, que basicamente introduz o discente ao universo da Geometria Diferencial. Embora nesse contexto as curvas sejam um assunto básico, para um aluno de um curso de licenciatura em matemática é um assunto bastante novo e avançado. Assim, a Geometria de Curvas em R^2 é um dos assuntos mais encantadores em Geometria, sendo elementar em intuição e avançado em suas demonstrações. Como bem menciona Marcelo Viana, Diretor do Instituto de Matemática Pura e Aplicada, na apresentação do livro Geometria Diferencial de Curvas em R^2 dos autores Alencar, Santos e Silva Neto (2020), "é difícil pensar em um tema mais adequado para aguçar a intuição matemática do leitor", visto que a Geometria Diferencial, leva também para outros ramos da matemática como Topologia, Geometria Algébrica e Cálculo das Variações, além de assuntos de pesquisa em Geometria Diferencial contemporânea. Assim, um dos principais objetivos deste trabalho foi justamente estudar o livro base e descrever algumas propriedades no software Geogebra e assim aguçar a intuição matemática do discente, principalmente voltada a geometria diferencial.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica - BICT da Funcap pela concessão da bolsa durante a vigência do projeto, à Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-brasileira - Unilab, à organização da VIII Semana Universitária da Unilab e ao evento pela oportunidade, bem como ao professor Dr. Rafael Diógenes pelas orientações.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, Hilário; SANTOS, Walcy; NETO, Gregório Silva. Geometria diferencial de curvas no . 1° ed. Rio de Janeiro: SBM, 2020.

ARAÚJO, P. V. Geometria Diferencial. 2a edição, Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2008.

CARMO, M. Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies. Rio de Janeiro: SBM, 2005. (Coleção Textos Universitários).

DIÓGENES, R. Geometria diferencial de curvas planas com Geogebra. Professor de Matemática Online, v. 7, n. 2, p. 226-233, 2019.

EVES, H. Introdução à História da matemática. Campinas: UNICAMP, 2014.

HOLANDA, F. Introdução à geometria diferencial das curvas planas. 2015. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em: http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/13251/1/2015_dis_fdholanda.pdf. Acesso em 10 set. 2021.

TENENBLAT, K. Introdução à geometria diferencial. São Paulo: Blucher, 2008.

ISSN: 2447-6161