

## **O SOFTWARE GEOGEBRA COMO INSTRUMENTO PARA O ENSINO DE CURVAS CARTESIANAS E POLARES NA DISCIPLINA DE CÁLCULO II DA UNILAB**

Lucas Costa Da Silva<sup>1</sup>  
Tales Paiva Nogueira<sup>2</sup>

### **RESUMO**

Este trabalho tem como objetivo apresentar o uso do software GeoGebra como uma ferramenta metodológica para o estudo de curvas cartesianas e polares. O trabalho foi desenvolvido no contexto do Programa de Bolsas de Monitoria (PBM) da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab) na disciplina de Cálculo II. Partindo das dificuldades dos estudantes em esboçar os gráficos de algumas funções e com isto calcular a área delimitada pelo gráfico das curvas, através de uma integral definida, o uso do software foi de grande proveito neste sentido. O GeoGebra possibilitou a visualização dos gráficos das funções, com detalhes importantes para o cálculo de áreas, por exemplo, como encontrar os pontos de interseção entre as funções cartesianas e as etapas de construção dos gráficos de funções polares em cada quadrante do gráfico, bem como, determinar os limites de integração. Esses detalhes citados foram usados pelos estudantes como auxílio para as suas soluções analíticas, ou seja, um norteamento para obter soluções precisas das listas de exercícios da disciplina. Em suma, os estudantes que participaram da monitoria e passaram a conhecer a metodologia mencionada lograram êxito e superaram as dificuldades existentes no estudo de curvas cartesianas e polares, isto pode ser verificado através do relato de alguns estudantes em uma pesquisa de opinião feita ao final da disciplina. Os resultados positivos ressaltam a importância do uso de metodologias facilitadoras para conteúdos complexos em matemática do ensino superior e os benefícios do PBM para a comunidade acadêmica.

**Palavras-chave:** Cálculo II GeoGebra Monitoria .

---

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Engenharias e Desenvolvimento sustentável,  
Discente, lucasc.silva@aluno.unilab.edu.br<sup>1</sup>  
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Instituto de Engenharias e Desenvolvimento sustentável,  
Docente, tales@unilab.edu.br<sup>2</sup>



## INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios do processo de ensino e aprendizagem de matemática, em qualquer fase ou grau do ensino, é chamar a atenção dos discentes para o estudo de tópicos considerados complexos e tornar tais conteúdos menos complicados e mais atraentes. Geralmente, nas engenharias, a disciplina de Cálculo é uma componente curricular considerada complexa pelos alunos por conter, em sua ementa, uma gama de conteúdos que exigem do estudante conhecimentos basilares de matemática que deveriam ser estudados no ensino médio. Esses pré-requisitos, quando não estudados devidamente, causam uma defasagem na aprendizagem e, em função disto, uma dificuldade em assimilar os conteúdos da matemática do ensino superior.

Um dos conteúdos que apresentam essa dificuldade é o estudo de curvas cartesianas e polares, normalmente ministrado no segundo semestre dos cursos de engenharia da Unilab na disciplina de Cálculo II. Esta parte do conteúdo da disciplina exige uma variedade de competências por parte do discente, como, por exemplo, esboçar curvas manualmente com detalhes significativos e relevantes, sendo a sua análise demasiadamente complicada em alguns casos.

Refletindo em como sanar a dificuldade exposta, no contexto do programa de bolsas de monitoria da Unilab, esse trabalho foi desenvolvido com o objetivo de tornar o ensino e aprendizagem das curvas cartesianas e polares menos complexo. Fez-se uso do software GeoGebra, que é um dos softwares que possui maior reconhecimento por professores, sendo uma excelente ferramenta para ensino de matemática por unir, em um mesmo ambiente virtual, ferramentas de geometria e álgebra (Oliveira, 2014 p. 12).

Portanto, fazendo uso dos recursos deste software, primamos por atrair o interesse dos estudantes pelo conteúdo mencionado até então, bem como facilitar a aprendizagem e possibilitar maiores chances de sucesso e aprovação na disciplina de Cálculo II. No final do período de monitoria, o feedback obtido de alguns estudantes evidenciou as suas opiniões sobre a monitoria e com isso verificou-se o proveito do trabalho desenvolvido.

## METODOLOGIA

Para obter aprovação na disciplina, além das avaliações convencionais, os estudantes recebiam a frequência e uma porcentagem da nota pelas soluções das listas de exercícios semanais. A partir das dificuldades por parte dos estudantes nas soluções dos exercícios, e diagnosticadas pelo professor e monitor, adotou-se nas aulas e monitorias o software GeoGebra como ferramenta metodológica auxiliar. Este programa é descrito da seguinte maneira em seu site oficial:

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. (GEOGEBRA, 2021) Desde já se observa a relevância deste programa e seu proveito em diversos cursos da área de ciências exatas.

GeoGebra é um software de geometria dinâmica desenvolvido e lançado em 2001 por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas. Além da interface da geometria dinâmica, o GeoGebra se destaca por permitir a inserção de coordenadas e fórmulas algébricas possibilitando assim uma interação entre a figura geométrica e sua representação algébrica. Por isso o nome,



“Geo” de geometria e “Gebra” de Álgebra. (OLIVEIRA, 2014, p. 24)

No caso, dentre tantos recursos apresentados, usamos o software principalmente para a construção de gráficos em coordenadas cartesianas e polares, e isto facilitou o cálculo de áreas determinadas por estas curvas com a aplicação de integrais definidas. Na figura 1 a seguir podemos notar um exemplo de curva feita no GeoGebra na versão online, que é acessível a qualquer usuário. A vantagem deste desenho obtido no programa é que ele nos proporciona alguns detalhes relevantes sendo eles os limites de integração no eixo x e y e a trajetória da curva em cada quadrante do plano cartesiano se assim desejarmos.



Figura 1: Cardioide. Fonte: GeoGebra online.

A Figura 1 mostra uma curva polar conhecida como cardioide, pois se assemelha ao formato popular de um coração. Podemos observar que cada etapa de construção da curva no gráfico tem cores diferentes e isto representa o raio da curva e sua trajetória em cada quadrante do plano cartesiano. Já na Figura 2 podemos observar o gráfico de duas funções desta vez se tratando de curvas em coordenadas cartesianas.



Figura 2: Gráfico de funções em coordenadas cartesianas. Fonte: GeoGebra online.

Para ambos os casos de curvas apresentadas acima, tais gráficos facilitam o estudo das funções envolvidas, assim como o cálculo de áreas formadas pela intersecção de duas funções ou a área de certo trecho da curva como pode ser o caso da cardioide, para tanto, basta escolher os limites de integração mais apropriados ou desejados e, através de uma integral definida, determinar o valor da área desejada.

Vale lembrar que este método gráfico foi e deve ser usado juntamente com a solução analítica manuscrita, de forma a obter soluções que se baseiam em métodos complementares. Durante o trabalho de monitoria, foram usadas as informações gráficas do GeoGebra para auxiliar e evidenciar os cálculos complementares como, por exemplo, determinar os pontos de intersecção entre as funções para delimitar a área a ser calculada.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Partindo da metodologia mencionada, conseguimos fazer a disciplina de Cálculo II mais proveitosa para os estudantes que participaram da monitoria. O esboço de curvas cartesianas e polares, quando feito à mão, deixa a desejar em aspectos relevantes para os cálculos algébricos. Já com o acesso aos recursos deste software, os estudantes tiveram êxito no estudo destas curvas e passaram a produzir gráficos mais complexos como o da Figura 3 a seguir.



Figura 3: Rosácea de 3 pétalas. Fonte: GeoGebra online.



O gráfico da Figura 3 é considerado complexo de se fazer a mão, pois a variação que a curva faz em cada quadrante assim como as relações de simetria ficam comprometidas caso o esboço não seja feito adequadamente. Dependendo da área a ser calculada, também não é simples identificar os limites de integração, sendo que o GeoGebra nos ajuda neste estudo minucioso de informações tão necessárias ao cálculo de áreas.

Pudemos ver o impacto do uso da metodologia com os alunos que participaram das monitorias semanais e que tomaram conhecimento deste recurso, pois os mesmos tiveram aproveitamento satisfatório na disciplina. A Figura 4 a seguir demonstra a satisfação por parte de alguns estudantes, em um relato fruto de uma pesquisa de opinião feita pelo professor da disciplina em relação a monitoria.



Figura 4: Pesquisa de opinião em relação a monitoria. Fonte: Próprio autor.

## CONCLUSÕES

Em suma, é notável o quanto o software GeoGebra se constituiu como um eficiente instrumento no auxílio da aprendizagem do cálculo de áreas de curvas em coordenadas cartesianas e polares. Mesmo que o estudante não tenha domínio dos recursos disponíveis do programa e os conceitos de matemática, com alguns comandos no GeoGebra é possível diminuir as dificuldades do estudo de curvas. Acreditamos que este trabalho servirá de norteamento para obras que pretendam abordar a temática aqui sugerida.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela grande oportunidade de participar do programa de bolsas de monitoria da Unilab.  
À minha esposa, Nadja Freitas, pelo apoio nos diversos momentos de estudos e planejamentos.  
Ao meu Orientador, Professor Dr. Tales Paiva Nogueira, pela excelente comunicação e articulação de atividades e pela sua valorosa orientação que culminou neste trabalho.  
À Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD), pelo financiamento deste trabalho através do Edital nº 19/2020.

## REFERÊNCIAS

GEOGEBRA. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>. Acesso em: 08 de maio de 2021.

OLIVEIRA, Francisco Diego Moreira. O Software GeoGebra Como Ferramenta Para o Ensino da Geometria Analítica. 2014. 62 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2014.

